

EMD 2 de Bio-statistiques

Exercice 1 :

I- Soient A_1, A_2, \dots, A_n une partition de Ω telle que $p(A_i) > 0$, pour tout $i = 1, 2, \dots, n$.

1. Montrer que : $p(B) = \sum p(A_i) \cdot p(B/A_i)$, pour tout B quelconque.
2. Donner un énoncé de la formule de Bayes et démontrer votre énoncé.

II- Devant un malade présentant un certain tableau clinique, un médecin estime qu'il a deux chances sur trois d'être atteint d'une certaine affection A dont le diagnostic est difficile.

Pour pouvoir confirmer ou infirmer sa proposition de diagnostic, le médecin fait effectuer deux tests au laboratoire.

Le test T_1 donne 90 pour cent de résultats positifs si A et 5 pour cent de résultats positifs sinon A.

Le test T_2 donne 75 pour cent de résultats positifs si A et 10 pour cent de résultats positifs sinon A.

On suppose que les deux tests sont basés sur des principes très différents et que leurs résultats sont indépendants. Calculer :

$p(A/T_1^+)$ et $p(A/T_1^+ \cap T_2^+)$

Exercice 2 :

Des études antérieures ont montré que 25 pour cent des infections graves sont dues à des infections nosocomiales, que 15 pour cent des infections non dues à des infections nosocomiales provoquent un décès tandis que cette proportion s'élève à 30 pour cent quand il s'agit d'une infection grave.

Dans un service hospitalier un décès survient suite à une infection grave.

Quelle est la probabilité que le décès soit dû à une infection nosocomiale.

Exercice 3 :

Soit X une variable aléatoire continue ayant la distribution suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x}, & e^{-1} \leq x \leq e \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Où k une constante réelle.

1. Déterminer la valeur de k.
2. Trouver la fonction de répartition F(x) de X.
3. Calculer E(X) et V(X) de cette variable.
4. Calculer $P(1 \leq X \leq e)$ et $P(X < 2 / X > 1)$